

**SEMESTRÁLNÍ PRÁCE**  
z předmětu **Matematické modelování**

**TEPELNÉ MODELOVÁNÍ LASEROVÉHO  
VYTVÁŘENÍ MIKROKANÁLKŮ V  
SODNOVÁPENATÉM SKLE**

Autor: David Kolenatý

Datum: 20.1.2014

## **Obsah:**

<b>ÚVOD .....</b>	<b>3</b>
<b>2. SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY .....</b>	<b>4</b>
<b>Tepelný model.....</b>	<b>4</b>
<b>Experimentální práce.....</b>	<b>6</b>
<b>3. ZÁVĚR .....</b>	<b>10</b>
<b>4. LITERATURA .....</b>	<b>11</b>

## ÚVOD

Absorpce skla se velice mění s vlnovou délkou. Transparentní materiály mají většinou minimální absorpci a reflexi pro záření ve viditelném spektru, ale silně absorbují kolem vlnové délky 10  $\mu\text{m}$ . Díky tomuto faktu je  $\text{CO}_2$  laser velice efektivní při obrábění a zpracování transparentních materiálů, i když skla mohou v některých případech odrážet až 30% laserového záření. Laserem indukované plazma také zlepšuje spojení laserového záření s povrchem materiálu, za dosažení teplot vypařování kolem 3500 °C, což je dostatečné pro ablaci materiálu z ozářené oblasti.

Mikrokanálky na povrchu nebo uvnitř tabulového skla jsou využívány v různých aplikacích, jako jsou například telekomunikace, optické či biomedicínské inženýrství. Výsledné efekty z tepelného modelování lze odhadovat až po experimentální depozici, ale je užitečné odhadnout teplotní rozsahy a tepelné namáhání materiálu před experimentálními poznatky. Zde uvedený model a principy mohou být aplikovány na tepelné zpracování kovových materiálů pomocí pulzního laseru.

## 2. SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY

### Tepelný model

Vedení tepla v mediu může být za předpokladu konstantních teplotních parametrů a žádného zdroje v mediu vyjádřeno pomocí parciální diferenciální rovnice:

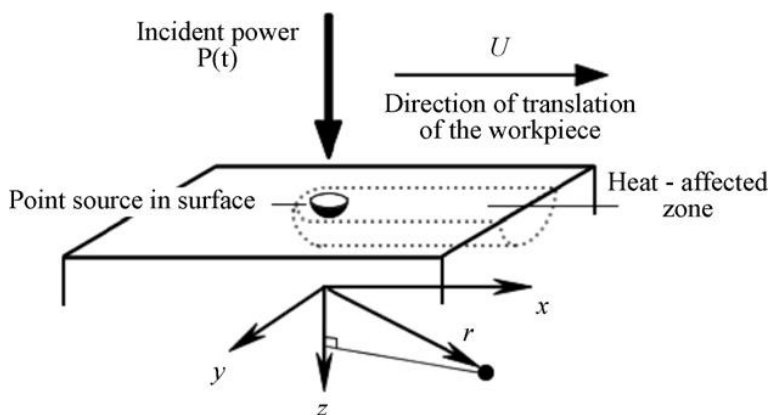
$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

kde  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>) je hustota,  $c_p$  (J/(kg°C)) tepelná kapacita a  $k$  (W/(m°C)) tepelná vodivost materiálu. Pokud se medium pohybuje konstantní rychlostí  $U$  paralelně s osou  $x$ , jako je vidět na Obr. 1, je třeba rovnici (1) pozměnit na (2).

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

kde  $\alpha$  (m<sup>2</sup>/s) je tepelná difuzivita, která je rovna  $\frac{k}{\rho c_p}$ . Řešení rovnice (2) dává tranzitní teplo nebo rozložení teploty v mediu  $T(x, y, z, t)$ . Avšak řešení není jednoznačné, jelikož závisí na předpokladech, počátečních a okrajových podmínkách, které jsou pro naši úlohu dány:

- 1) Počáteční teplota je rovna okolní teplotě  $T(x, y, z, 0) = T_0$ .
- 2) Medium je deska složená ze dvou paralelních rovin a teplo vstupuje z jedné roviny  $z = 0$ . Předpokládají se nulové tepelné ztráty v mediu.
- 3) V mediu nejsou žádné fázové změny. Ačkoliv řešení explicitně nezahrnuje efekty latentního tepla, je užitečné odhadnout vniknutí izoterm tání vedením.
- 4) Medium je polonekonečná pevná látka, což znamená, že teplotní rozdíly ve zkoumaných oblastech neovlivňují teploty ve vzdálených oblastech, jako je například konec roviny.



**Obr. 1** Bodový zdroj tepla na povrchu vzorku.

Na základě těchto předpokladů může být rovnice (2) řešená pro zdroj pulzního laseru s určitou frekvencí (PRF). Dopadající laserový paprsek je modelován jako časově závislý bodový tepelný zdroj (0,0,0). Pro dané okrajové a počáteční podmínky je rovnice (3) řešením parciální diferenciální rovnice pro vedení tepla, které je založeno na působící teplotě harmonického charakteru na materiálu

$$T(x, y, z, t) = T_0 + \frac{P(t)}{2\pi kr} \exp \left[ i\omega t + \frac{U}{2\alpha} (x - r\sqrt{1 + \frac{4\alpha\omega i}{U^2}}) \right] \quad (3)$$

kde  $P(t)$  je časově závislý vstupní výkon,  $\omega$  je fundamentální frekvence vstupního výkonu a  $r$  je radiální vzdálenost od zdroje  $= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . Vstupní výkon pulzního laseru je znázorněn na Obr. 2. Tento energetický zdroj má periodu  $t_0 = \frac{1}{PRF}$  a je předepsán v intervalu  $-\frac{1}{2}t_0 \leq t < \frac{1}{2}t_0$  vztahem:

$$P(t) = \begin{cases} P_0 \frac{t_0}{\tau}, & |t| < \frac{1}{2}\tau \\ 0, & \frac{1}{2}\tau < |t| < \frac{1}{2}t_0 \\ P_0 \frac{t_0}{2\tau}, & \text{jinak} \end{cases}$$

kde  $P_0$  (W) je průměrný výkon a  $\tau$  (s) je šířka pulzu. Je možné vyjádřit signál pomocí Fourierovy řady:

$$P(t) = P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{2\pi n t}{t_0} = P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \operatorname{Re}(\exp \frac{2\pi n t}{t_0} i) \quad (4)$$

$$\text{kde} \quad a_n = \frac{2}{t_0} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{P_0 t_0}{\tau} \cos \frac{2\pi n t}{t_0} dt = \frac{2P_0 t_0}{\pi n t} \sin \frac{\pi n t}{t_0} \quad (5)$$

dosazením (5) do (4):

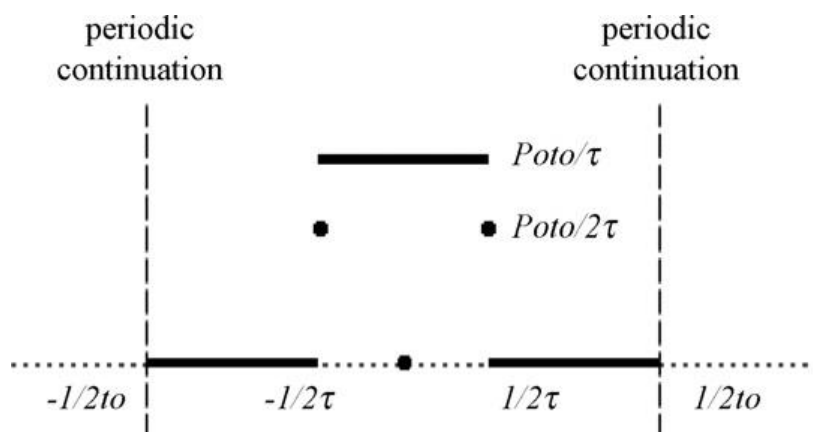
$$P(t) = P_0 + \frac{2P_0 t_0}{\pi t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi n t}{t_0} \operatorname{Re}(\exp \frac{2\pi n t}{t_0} i) \quad (6)$$

dosazením (6) do (3) a po úpravě:

$$T(x, y, z, t) = T_0 + \frac{P_0}{2\pi kr} \exp \left[ \frac{U}{2\alpha} (x - r) \right] + \frac{P_0 t_0}{\pi^2 k r \tau} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi n t}{t_0} \exp \left[ \frac{U}{2\alpha} (x - r S_n) \right] \cos \left( \frac{2\pi n t}{t_0} - \frac{U r n S_i}{4\alpha S_n} \right) \quad (7)$$

kde  $S_i = (8\pi\alpha)/(t_0 U^2)$  je Simonovo číslo, které charakterizuje periodické řešení s periodou  $t_0$

a  $S_n = \sqrt{[1 + \sqrt{1 + n^2 S_i^2}]/2}$ . Pomocí rovnice (7) se vypočítalo rozložení teplot  $T(x, y, z, t)$ , které záviselo na výkonu, PRF, délce pulzu, rychlosti posuvu materiálu a parametrech procesu.

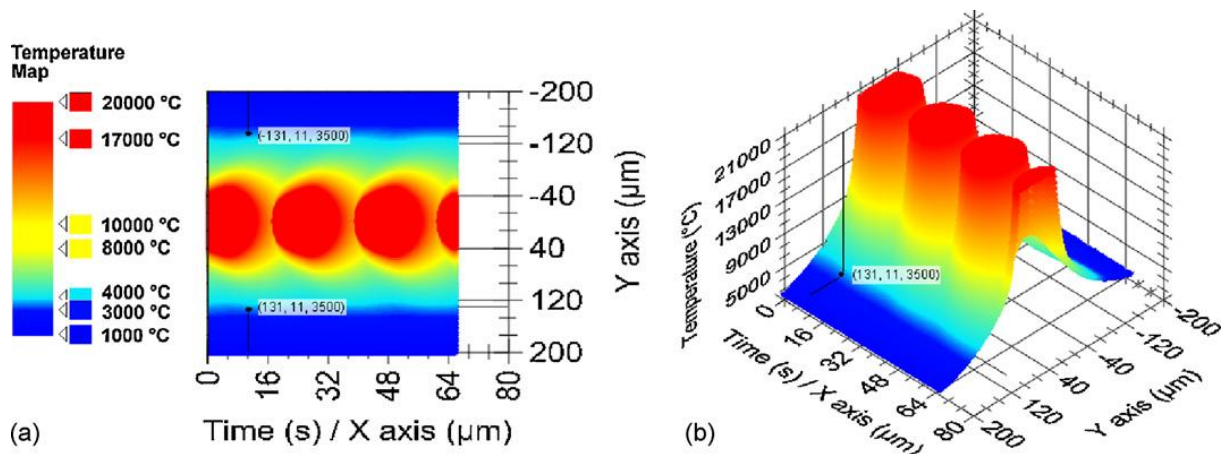


**Obr. 2** Vstupní výkon pulzního laseru.

## Experimentální práce

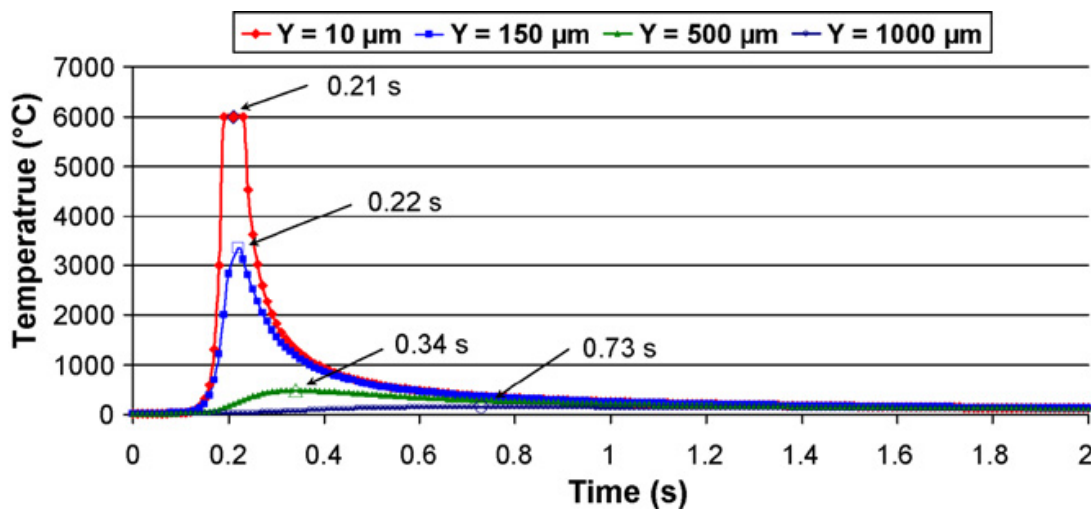
Byla použita dva milimetry tlustá tabulka z komerčního sodnovápenatého skla o hustotě  $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$ , tepelné kapacitě  $c_P = 870 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)}$  a tepelné vodivosti  $k = 1,06 \text{ W/(m}^\circ\text{C)}$ , což dává tepelnou difuzivitu  $\alpha = 4,8736 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ . Kanálky byly vytvářeny pomocí  $\text{CO}_2$  laserového paprsku o výkonu 1,5 kW fokusovaného do spotu o průměru kolem  $90 \mu\text{m}$  se vzdušnou tryskou o tlaku 1 bar. Při tomto schématu jsou radiční ztráty dopadajícího výkonu 15-20%. Byly vytvořeny kanálky o délce 15 mm. Aplikace zlaté vrstvičky napomohla laserovému scanování vzorků, pomocí kterého byly získány třídímenzionální profily  $50 \mu\text{m}$  dlouhé části každého kanálku. Z těchto profilů byly měřeny šířka ( $\mu\text{m}$ ), hloubka ( $\mu\text{m}$ ) a drsnost povrchu  $R_a$  ( $\mu\text{m}$ ).

Při řešení rovnice (7) byl zdroj laseru konstantně v čase uvažován na poloze (0,0,0). Vzorek se pohyboval konstantní rychlostí  $U$  ve směru osy  $x$ , neboli hodnoty  $x = a + tU$ , kde  $a$  je počáteční poloha. Pro vyřešení (7) byly zapotřebí instance čas a  $y$  v každé  $z$ -rovině, tak byla zkonstruována 2D síť v čase a prostoru ( $t, y$ ). První element sítě byla délka pulzu  $t_0 = 1/PRF$ , která koresponduje s hodnotami osy- $x$ . Druhý element byla dostatečně velká hodnota  $y$ , aby pokryla polovinu šířky kanálku. Jelikož je řešení symetrické podle osy  $y$ , byly výpočty rychlejší. Řešení pro konstantní hodnotu  $z$  a za podmínek  $x = 0$  a  $t = 0$  dalo izotermy v této rovině. Obr. 3 znázorňuje předpokládané izotermy tří pulzů v rovině  $z = 0$  za použití  $P = 24 \text{ W}$ ,  $PRF = 228 \text{ Hz}$ ,  $\tau = 1,53125 \text{ ms}$  a  $U = 5 \text{ mm/s}$ . Síť byla generována pro  $t = 0 - 1/228 = (0 - 4,375 \text{ ms})$  a  $y = 0 - 100 \mu\text{m}$ . Na Obr. 3 jsou také znázorněny dva důležité body, které leží na izotermě vypařování o teplotě  $3500^\circ\text{C}$ .



**Obr. 3** Izotermie tří pulzů v rovině  $z = 0$ : (a) pohled shora, (b) 3D teplotní profil.

Pomocí (7) lze také vypočítat teplotní průběh specifického bodu v dané rovině. Tímto je možné monitorovat teplotní změny daných bodů přes periodu, což může být užitečné při odhadování výsledné mikrostruktury v důsledku záření. Na Obr. 4 můžeme vidět teplotní průběh dříve uvažovaného vzorku pro čtyři body:  $y = 10, 150, 500$  a  $1000 \mu\text{m}$ . Počáteční souřadnice  $x$  byla nastavena na takovou, kdy jí bodový laserový zdroj míjí v čase  $t = 0,2\text{s}$ . Teploty byly vypočítány pro celkový čas  $2\text{s}$  při posuvné rychlosti  $5000 \mu\text{m/s}$ . Maximální teplota v bodě  $y = 10 \mu\text{m}$  byla  $6000^\circ\text{C}$ . Maximální teploty byly dosaženy v časech  $0.21, 0.22, 0.34$  a  $0.73 \text{ s}$  pro body  $y = 10, 150, 500, \text{ a } 1000 \mu\text{m}$ . To indikuje časovou prodlevu potřebnou pro difuzi tepla od zdroje do daného tepla. Maximální teplota klesá pod  $3500^\circ\text{C}$  pro vzdálenější body než  $130 - 150 \mu\text{m}$ . Tento fakt je také zřejmý z Obr. 3.



**Obr. 4** Teplotní průběh čtyř bodů na povrchu skleněného vzorku.

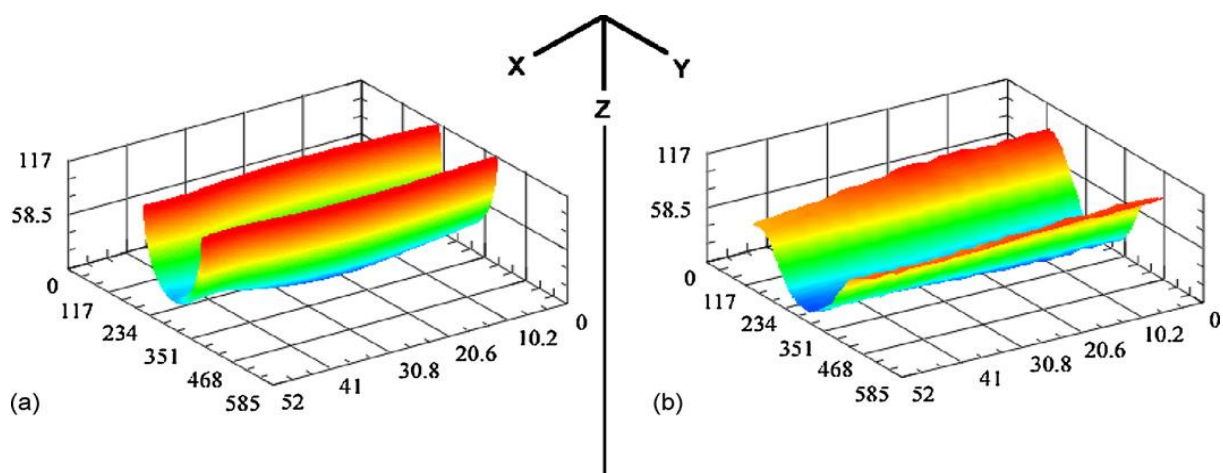
V Tab. 1 jsou porovnány vypočítané a experimentální hodnoty šířky, hloubky a drsnosti pro tři různé kanálky. Kanálek č. 1 byl vytvořen při těchto parametrech:  $P = 18\text{ W}$ ,  $PRF = 160\text{ Hz}$ ,  $\tau = 3,125\text{ ms}$  a  $U = 8,33\text{ mm/s}$ . Kanálek č. 2 byl vytvořen při těchto parametrech:  $P = 24\text{ W}$ ,  $PRF = 228\text{ Hz}$ ,  $\tau = 1,531\text{ ms}$  a  $U = 5\text{ mm/s}$ . Kanálek č. 3 byl vytvořen při těchto parametrech:  $P = 30\text{ W}$ ,  $PRF = 400\text{ Hz}$ ,  $\tau = 0,5\text{ ms}$  a  $U = 5\text{ mm/s}$ . Bylo zjištěno, že rozměry kanálků jsou přímo úměrné výkonu  $P$  a nepřímo úměrné  $PRF$  a  $U$ . Maximální rozdíl v hodnotách šířky kanálku byl 36,39% a to pro kanálek č. 1. Maximální rozdíl v hodnotách hloubky kanálku byl -30% a to pro kanálek č. 1. Rozdíl mezi naměřenými a vypočtenými hodnotami drsnosti je značně vysoký kvůli malému množství uvažovaných parametrů.

**Tab. 1** Vypočítané a experimentální hodnoty šířky, hloubky a drsnosti pro tři různé kanálky.

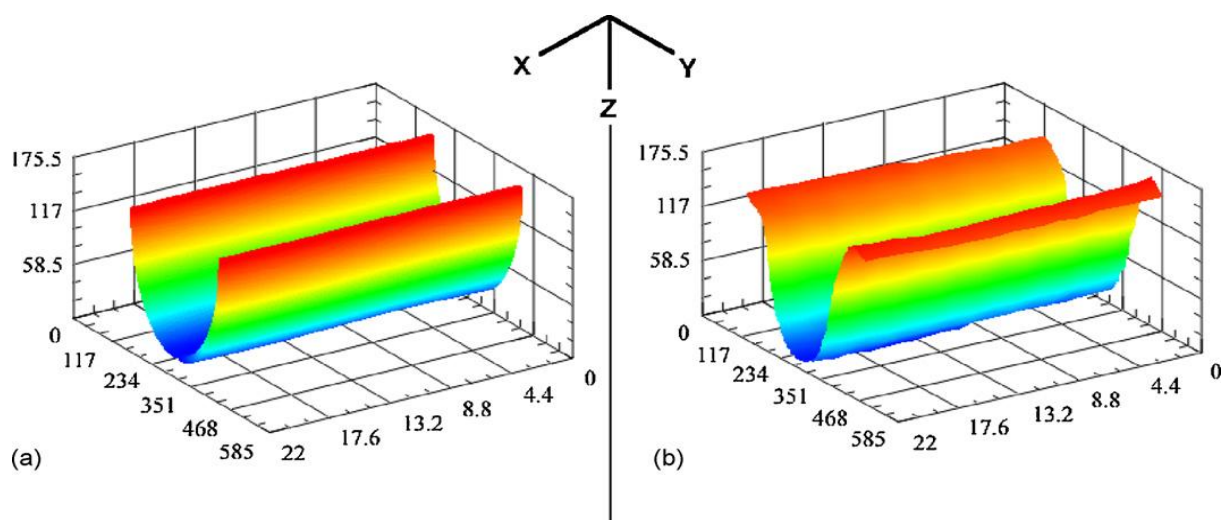
		šířka ( $\mu\text{m}$ )	hloubka ( $\mu\text{m}$ )	Ra ( $\mu\text{m}$ )
kanálek č. 1	model	192,1	96,2	7,229
	experiment	302	74	3,848
	% rozdíl	36,39	-30	-87,86
kanálek č. 2	model	265,9	132,98	3,615
	experiment	267	148	4,495
	% rozdíl	0,41	10,14	19,58
kanálek č. 3	model	299,12	144,48	1,047
	experiment	308	142	3,515
	% rozdíl	2,88	-1,75	70,21

Na Obr. 5, 6 a 7 jsou zobrazeny modelované a experimentem vytvořené 3D geometrie kanálků č. 1, 2 a 3. Tyto profily se periodicky opakovaly po délce kanálku jak ve vypočtených, tak v experimentálních výsledcích. Rozměry kanálků z vypočtených hodnot velmi dobře odpovídají hodnotám experimentálně zjištěným. Na Obr. 8 (a) je mikroskopický snímek kanálku č. 1 a na Obr. 8 (b) je znázorněna simulace stejného kanálku pro přímé morfologické srovnání. Z hodnot  $PRF$  a  $U$ , které byly použity při tvorbě tohoto kanálku bylo očekáváno, že každý laserový puls pokrývá oblast o průměru  $U/PRF = 8,333/160 \approx 52\text{ }\mu\text{m}$ . Ze snímku jsou vidět periodicky se opakující spirálovité tvary, které byly konkávní proti směru laserové ablace (zleva doprava). Rozdíl mezi těmito tvary byl průměrně okolo  $50\text{ }\mu\text{m}$ . modelovaný kanálek obsahoval 22 pulzů a z morfologické perspektivy odpovídal experimentálním výsledkům.

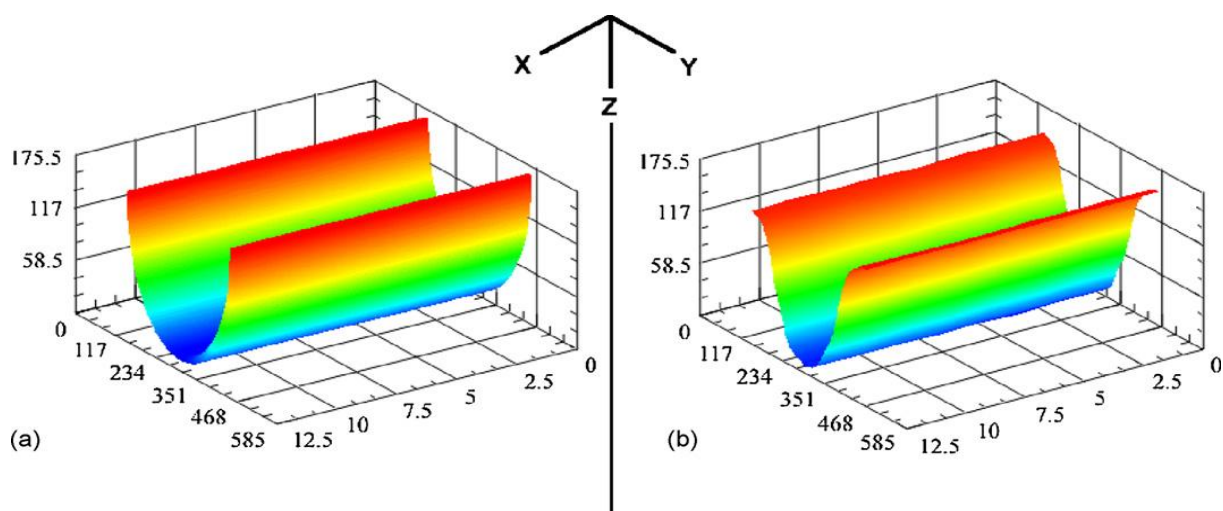




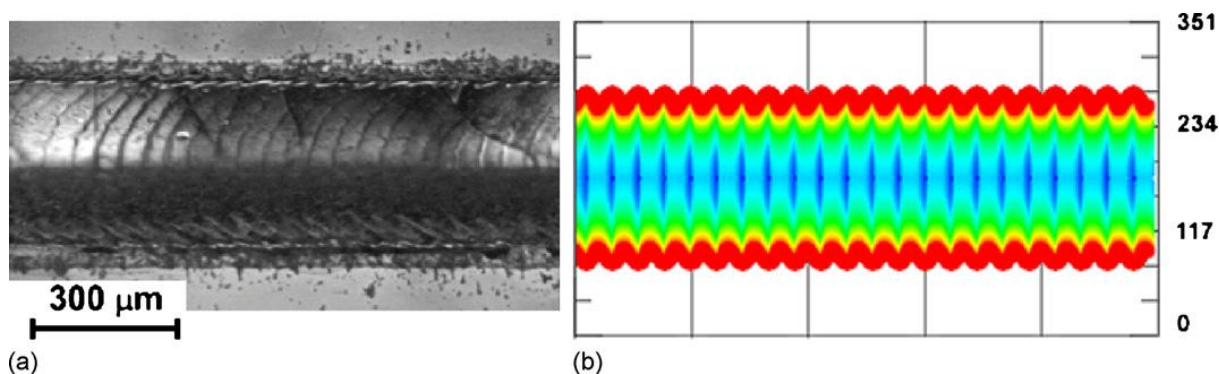
**Obr. 5** (a) Modelovaná 3D geometrie kanálku č. 1 (b) Experimentem vytvořená 3D geometrie kanálku č. 1.



**Obr. 6** (a) Modelovaná 3D geometrie kanálku č. 2 (b) Experimentem vytvořená 3D geometrie kanálku č. 2.



**Obr. 7** (a) Modelovaná 3D geometrie kanálku č. 3 (b) Experimentem vytvořená 3D geometrie kanálku č. 3.



**Obr. 8** (a) Mikroskopický snímek kanálku č. 1 (b) Simulace stejného kanálku pro přímé morfologické srovnání.

### 3. ZÁVĚR

Byl vytvořen tepelný model laserového vytváření mikrokanálků v sodnovápenatém sklu. Řešení modelu poskytlo grafické znázornění přepokládaných izoterm tří pulzů v rovině  $z = 0$  za použití  $P = 24 \text{ W}$ ,  $PRF = 228 \text{ Hz}$ ,  $\tau = 1,53125 \text{ ms}$  a  $U = 5 \text{ mm/s}$ . Byl uveden teplotní průběh pro čtyři body:  $y = 10, 150, 500 \text{ a } 1000 \mu\text{m}$ . Počáteční souřadnice  $x$  byla nastavena na takovou, kdy jí bodový laserový zdroj míjí v čase  $t = 0,2 \text{ s}$ . Teploty byly vypočítány pro celkový čas 2s při posuvné rychlosti  $5000 \mu\text{m/s}$ . Bod  $y$  byl v kolmé vzdálenosti  $9000 \mu\text{m}$  za zdrojem. Maximální teplota v bodě  $y = 10 \mu\text{m}$  byla  $6000^\circ\text{C}$ . Maximální teplota klesá pod  $3500^\circ\text{C}$  pro vzdálenější body než  $130 - 150 \mu\text{m}$ . Byly porovnány vypočítané a experimentální hodnoty šířky, hloubky a drsnosti pro tři různé kanálky. Dále bylo zjištěno, že rozměry kanálků jsou přímo úměrné výkonu  $P$  a nepřímo úměrné  $PRF$  a  $U$ . Maximální rozdíl v hodnotách šířky kanálku byl 36,39% a to pro kanálek č. 1. Maximální rozdíl v hodnotách hloubky kanálku byl -30% a to pro kanálek č. 1. Dále byly zobrazeny modelované a experimentem vytvořené 3D geometrie kanálků. Rozměry kanálků z vypočtených hodnot velmi dobře odpovídaly hodnotám experimentálně zjištěným.

Díky dobré ovladatelnosti vytváření profilů o specifických tvarech a rozměrech mohou tyto mikrokanálky najít uplatnění v aplikacích, jako je například MEMS či růst buněk. Tepelné matematické modelování se vstupními parametry materiálových vlastností: laserového výkonu, pulzní frekvence, délky pulzu a posuvné rychlosti je užitečné pro vizualizaci očekávaného tvaru a rozměru kanálku před jeho vlastním vytvořením. Tyto výsledky také mohou napomoci při určování procesních parametrů. Větší rozměrové chyby mezi vypočítanými a experimentálními

výsledky byly zaznamenány v mezních oblastech uvažovaného rozsahu parametrů, ale i v těchto případech může být model stále užitečný při určování morfologie kanálků.

#### 4. LITERATURA

- [1] A. Issa, D. Brabazon, S. Hashmi, *Journal of materials processing technology*, 207 (2008) 307–314
- [2] A. Issa, D. Brabazon, S. Hashmi, *Proceedings of the International Conference on Advances in Materials Processing and Technologies (AMPT)*, Vol. 103, Las Vegas, NII6, pp. 1–5.
- [3] S. J. Qin, W. J. Li, 2002. Process characterization of fabricating 3D micro channel systems by laser-micromachining. *Sensors Actuat. A* 97/98, 749–757.